

Rys: Marcin Otorowski

.....

.....

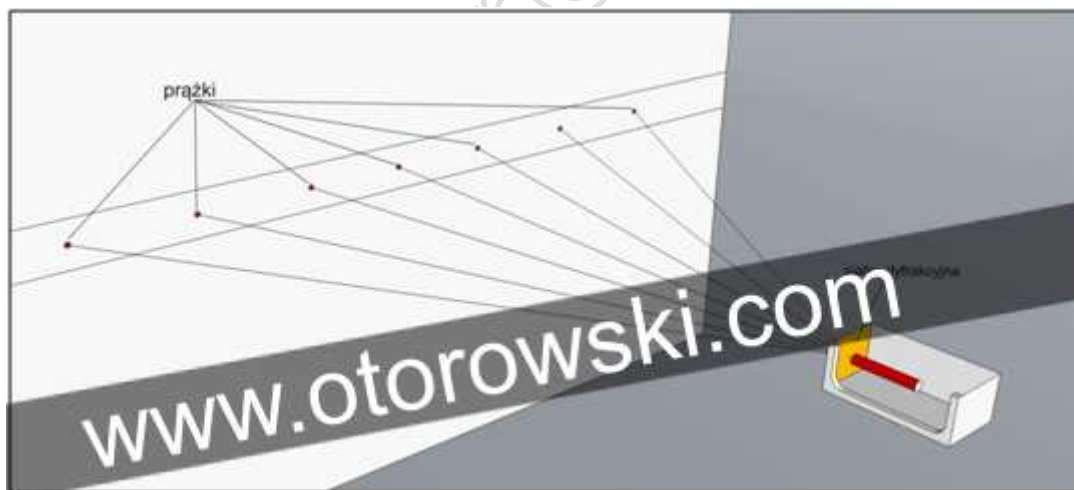
.....

.....

Doświadczenie

W celu wyznaczenia długości fali lasera, przeprowadzono doświadczenie, do którego użyto:

- Siatki dyfrakcyjnej o znanej stałej siatki ($d = 0,005 \text{ mm}$)
- Lasera o czerwonym świetle (zamontowany w zintegrowanej obudowie wraz z siatką dyfrakcyjną)
- Stojaka
- Ekranu z poziomo zamontowaną miarką
- Suwmiarki



Rys: Marcin Otorowski

Lasera i siatkę dyfrakcyjną zamontowano na statywie tak, by na ekranie po włączeniu lasera, (skierowanego prostopadle do ekranu) powstały prążki interferencyjne. Zmierzono odległości pomiędzy prążkiem centralnym a prążkami I, II i III rzędu. Zmierzono także odległość pomiędzy siatką dyfrakcyjną a ekranem (prostopadłą do ekranu). Badanie przeprowadzono pięć razy dla różnych odległości siatki od ekranu. Wyniki przedstawiono w poniższej tabeli (zaparafowaną tabelę dołączono jako aneks do sprawozdania):

Tabela 1: Wyniki pomiarów

i	ℓ [m]	k	x_1	x_2	\bar{x} [m]	λ [nm]	$u(\lambda)$ [nm]
1	1,080	1	13,9	14,1	14,00	642,770143	13,7487
2		2	28,2	29,2	28,70	642,067742	6,4149
3		3	43,9	46,0	44,95	640,418603	3,7934
4	0,711	1	9,1	9,1	9,10	634,765773	31,0573
5		2	18,8	18,8	18,80	639,07734	14,4311
6		3	27,6	29,6	28,60	621,982974	8,5630
7	0,880	1	11,4	11,5	11,45	645,130216	20,4411
8		2	23,1	23,9	23,50	645,010754	9,5058
9		3	36,0	38,1	37,05	646,722649	5,5699
10	1,108	1	14,5	14,5	14,50	648,800033	13,0829
11		2	29,4	30,0	29,70	647,275949	6,0999
12		3	45,9	47,5	46,70	647,319335	3,5982
13	1,377	1	18,4	17,9	18,15	653,390024	8,6482
14		2	37,4	37,1	37,25	652,824318	4,0440
15		3	58,5	59,6	59,05	656,867784	2,3948

Źródło: badanie i obliczenia własne

Sposób wyliczenia niepewności pomiaru długości fali w każdym z badanych przypadków przedstawiono dalej w tabeli numer 2.

Długość fali wyznaczono ze wzoru:

$$\lambda(\ell, x_k, k) = \frac{d}{k} * \frac{x_k}{\sqrt{\ell^2 + x_k^2}}$$

Każdy pomiar cechował się inną dokładnością, dlatego do obliczenia wartości długości fali wpięrowo obliczono pojedyncze niepewności standardowe dla poszczególnych pomiarów i wyznaczono pierwiastek z sumy kwadratów tych niepewności – tak otrzymana wartość jest równa niepewności pomiaru długości fali. Na podstawie tych obliczeń ustalono średnią ważoną wartości długości fali oraz analogicznie niepewność standardową. Przyjąłem, że podana wartość stałej siatki $d=0,005$ mm jest dokładna (błąd pomiaru można zaniedbać). Zapis formalny:

$$u(\lambda_i) = \sqrt{\left(\frac{\delta \lambda_i}{\delta \ell} * u_i(\ell)\right)^2 + \left(\frac{\delta \lambda_i}{\delta x_k} * u_i(x_k)\right)^2}$$

Różniczkując funkcję $\lambda(\ell, x_k)$ kolejno przez ℓ i x_k otrzymano:

$$\frac{\delta \lambda_i}{\delta \ell} = \frac{dx_k}{k} * 2\ell * \frac{-1}{2\sqrt{(\ell^2 + x_k^2)^3}} = \frac{-d\ell x_k}{k\sqrt{(\ell^2 + x_k^2)^3}}$$

$$\frac{\delta \lambda_i}{\delta x_k} = \frac{d}{k} * \frac{\sqrt{\ell^2 + x_k^2} - x_k * 2x_k * \frac{-1}{2\sqrt{\ell^2 + x_k^2}}}{\ell^2 + x_k^2} = \frac{d}{k} * \frac{\sqrt{\ell^2 + x_k^2} + \frac{x_k^2}{\sqrt{\ell^2 + x_k^2}}}{\ell^2 + x_k^2} = \frac{d}{k} * \frac{\ell^2 + 2x_k^2}{\sqrt{(\ell^2 + x_k^2)^3}}$$

Przyjąłem następujące niepewności pomiarów poszczególnych zmiennych:

- ℓ - niepewność 0,55 cm = 0,0055 m
- x_k - niepewność 1,4 mm = 0,0014 m

Niepewność pierwszej z wartości ustaliłem z dużą ostrożnością na 0,55cm. Składają się na nią dokładność miarki (1mm), możliwy błąd przy pomiarze odległości od siatki dyfrakcyjnej, która nie jest ustawiona równo z krawędzią obudowy (ten błąd szacuję na ok. 0,2mm), wreszcie ostatnim składnikiem jest błąd, wynikający z nieprostokątnego ustawienia miarki względem ściany (co zawiąza odległość) – jego wartość dla badanych odległości ustaliłem na 0,5 cm. Korzystając ze wzoru na niepewność całkowitą daje to łącznie 0,0055 m. Na niepewność drugiej wartości wpływa zarówno dokładność podziałki suwmiarki (1 mm) jak również względnie duże średnice prążków (ok. 1mm). Korzystając ze wzoru na niepewność całkowitą pomiaru daje to 1,4 mm. Założyłem, że rozkłady obu tych zmiennych charakteryzują się parametrami rozkładu prostokątnego, co pozwoliło ostatecznie zapisać:

$$u(x_k) = \frac{0,0014}{\sqrt{3}} \approx 0,00080829 \text{ oraz } u(\ell) = \frac{0,0055}{\sqrt{3}} \approx 0,003162278$$

Wszystkie obliczenia dokonywane były w podstawowych jednostkach układu SI (w metrach). Tam, gdzie uznałem, że poprawi to czytelność i wartość informacyjną, wartości w tabelach w sprawozdaniu przedstawiłem w odpowiednio mniejszych jednostkach. Wyniki obliczeń niepewności pomiaru długości fali przedstawia poniższa tabela:

Tabela 2: Wyniki obliczeń cząstkowych pochodnych i niepewności pomiaru długości fali

i	l_i	k	x_k [m]	λ_i [nm]	$u_i(x)$ [m]	$u_i(l)$ [m]	$\delta\lambda_i/\delta x_i$	$\delta\lambda_i/\delta l_i$	$u_i(\lambda)$ [nm]	$w_i \cdot 10^{-15}$
1	1,08	1	0,14	642,7701432	0,000808	0,003162	0,00000467	-0,0000042	13,7487	5,290233887
2		2	0,287	642,0677416	0,000808	0,003162	0,00000238	-0,0000020	6,4149	24,30087844
3		3	0,4495	640,4186032	0,000808	0,003162	0,00000164	-0,0000011	3,7934	69,49297728
4	0,711	1	0,091	634,7657733	0,000808	0,003162	0,00000709	-0,0000097	31,0573	1,036746344
5		2	0,188	639,0773396	0,000808	0,003162	0,00000362	-0,0000045	14,4311	4,801761798
6		3	0,286	621,9829744	0,000808	0,003162	0,00000248	-0,0000026	8,5630	13,63803651
7	0,88	1	0,1145	645,130216	0,000808	0,003162	0,00000573	-0,0000063	20,4411	2,393262515
8		2	0,235	645,0107542	0,000808	0,003162	0,00000293	-0,0000030	9,5058	11,06675359
9		3	0,3705	646,7226486	0,000808	0,003162	0,00000201	-0,0000017	5,5699	32,23289176
10	1,108	1	0,145	648,8000335	0,000808	0,003162	0,00000455	-0,0000040	13,0829	5,842449932
11		2	0,297	647,2759489	0,000808	0,003162	0,00000233	-0,0000018	6,0999	26,8752915
12		3	0,467	647,3193347	0,000808	0,003162	0,00000160	-0,0000011	3,5982	77,23574881
13	1,377	1	0,1815	653,3900241	0,000808	0,003162	0,00000366	-0,0000026	8,6482	13,37042955
14		2	0,3725	652,8243182	0,000808	0,003162	0,00000187	-0,0000012	4,0440	61,14604877
15		3	0,5905	656,8677842	0,000808	0,003162	0,00000129	-0,0000007	2,3948	174,3619842

Źródło: obliczenia własne

W ostatniej kolumnie znajdują się wagi, stosowane do obliczenia niepewności pomiaru. Waga jest równa odwrotności kwadratu niepewności danego pomiaru. Ze względu na czytelność, w tabeli wagi zostały wymnożone przez 10^{-15} .

$$\sum_{i=1}^{15} w_i \approx 523085494846286000, \sum_{i=1}^{15} w_i \lambda_i \approx 112699482895, \sum_{i=1}^{15} w_i u(\lambda)_i \approx 2342927281$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^{15} w_i \lambda_i}{\sum_{i=1}^{15} w_i u(\lambda)_i} \approx 649,2516393 \text{ [nm]}$$

$$u(\lambda)_i \approx 4,479052286 \text{ [nm]}$$

Błąd maksymalny $\Delta\bar{\lambda} \approx 17,44240$ [nm]

Wyniki i interpretacja:

Z przeprowadzonego doświadczenia wynika, że długość fali lasera wyniosła **649,3 ± 4,5 nm**. Statystycznie, względna niepewność pomiaru wyniosła 0,69%, a błąd maksymalny **17,4 nm**. Wyniki są zbliżone do rzeczywistości, ale były by dokładniejsze, gdyby ulepszyć sposób pomiaru odległości pomiędzy prążkami oraz odległości pomiędzy siatką dyfrakcyjną a ekranem. Dodatkowymi problemami, które mogły wpływać na wyniki badania były: stosunkowo mała precyzja pomiaru odległości pomiędzy prążkami (problematyczne było idealne odmierzenie odległości od środka prążka), niemożność precyzyjnego dobrania kąta i brak precyzyjnego narzędzia do pomiaru odległości w linii prostej od siatki dyfrakcyjnej do ekranu). Przeprowadzenie pomiaru z dokładniejszą podziałką pozwoliło by zmniejszyć oczekiwane niepewności.

WWW.OTOROWSKI.COM