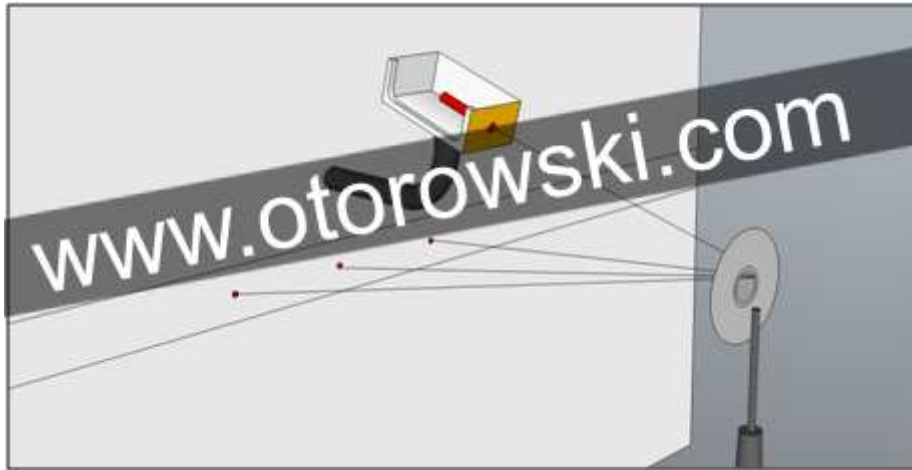




- Laser o czerwonym świetle (zamontowany na ramieniu trwale przymocowanym do ściany)
- Stojak
- Ekranu z poziomo zamontowaną miarką
- Suwmiarkę

Płytę CD zamontowano na statywie powierzchnią zapisu skierowaną do ekranu. Światło lasera skierowano tak, by po odbiciu się od powierzchni płyty CD na ekranie, zawieszonym na ścianie powstały widoczne trzy prążki. Statyw z płytą ustawiono tak, by prążki były widoczne poziomo.



Rys: Marcin Otorowski

Stałą siatki można wyznaczyć ze wzoru:

$$d = \frac{1 * \lambda}{\sin \alpha} = \frac{\lambda \sqrt{\ell^2 + x^2}}{x}$$

Poniższa tabela przedstawia zebrane wyniki pomiarów. Wartości  $\lambda$  oraz  $u(\lambda)$  zaczerpnięto ze sprawozdania z rozwiązania tematu numer 413. Niepewności  $u(x)$  oraz  $u(\ell)$  są takie same jak w doświadczeniu 413:

Tabela 1: Wyniki pomiarów

i	$\lambda$ [nm]	$L_i$ [m]	$x_1$ [m]	$x_2$ [m]	$\bar{x}$ [m]	$u(x)$ [m]	$u(\ell)$ [m]	$u(\lambda)$	$d_i$ [ $\mu$ m]	$u(d_i)$ [ $\mu$ m]
1	649,2516	0,923	0,465	0,453	0,4590	0,001154701	0,005773503	4,479052286	1,458339	0,016407
2		1,035	0,523	0,513	0,5180				1,450888	0,015183
3		1,06	0,581	0,570	0,5755				1,360945	0,013782

Źródło: badanie i obliczenia własne

Wartości niepewności  $u(d_i)$  obliczono w tabeli 2.

W celu wyznaczenia niepewności pomiaru stałej siatki skorzystałem z ważonej średniej arytmetycznej, w której wagami były odwrotności kwadratów niepewności. Częstkowe pochodne  $d(\lambda, \ell, x)$  względem  $\lambda, \ell, x$  wyznaczono jako:

$$\frac{\partial d}{\partial \lambda} = \frac{\sqrt{\ell^2 + x^2}}{x}$$

$$\frac{\partial d}{\partial \ell} = \frac{\lambda}{x} * 2\ell * \frac{1}{2\sqrt{\ell^2 + x^2}} = \frac{\ell\lambda}{x\sqrt{\ell^2 + x^2}}$$

$$\frac{\varphi d}{\varphi x} = \lambda * \frac{2x * \frac{1}{2\sqrt{\ell^2 + x^2}} - \sqrt{\ell^2 + x^2}}{x^2} = \frac{\lambda * \frac{x - \ell^2 - x^2}{\sqrt{\ell^2 + x^2}}}{x^2}$$

Korzystając z wyprowadzonych wzorów oraz niepewności pojedynczych pomiarów wyznaczyłem niepewności pomiaru stałej siatki dyfrakcyjnej oddzielnie dla każdej próby. W wyniku obliczeń uzyskałem wagi, dzięki którym wyznaczono łączną średnią stałą siatki oraz niepewność standardową złożoną dla całego pomiaru.

**Tabela 2: Wyniki obliczeń niepewności pomiaru stałej siatki płyty CD**

i	$x_i$ [m]	$\ell_i$ [m]	$d_i$ [ $\mu\text{m}$ ]	$u(x_i)$ [m]	$u(\ell_i)$ [m]	$u(d_i)$ [nm]	$w * 10^{-15}$
1	0,459	0,923	1,458339	0,001154701	0,005773503	16,5733969	3,640633309
2	0,518	1,035	1,450888	0,001154701	0,005773503	15,41519686	4,208253075
3	0,5755	1,06	1,360945	0,001154701	0,005773503	13,95077127	5,138111957

Źródło: badanie i obliczenia własne

$$\sum_{i=1}^3 w_i \approx 12986998341550400, \sum_{i=1}^3 w_i d_i \approx 18485575435, \sum_{i=1}^3 w_i u(d_i) \approx 196889335$$

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{15} w_i \lambda_i}{\sum_{i=1}^{15} w_i u(\lambda)_i} \approx 1,42339 \text{ } [\mu\text{m}]$$

$$u(d) \approx 0,01517 \text{ } [\mu\text{m}]$$

$$\text{Błąd maksymalny } \Delta \bar{d} \approx 0,04870 \text{ } [\mu\text{m}]$$

Ostatecznie:

$$d = 1,423 \pm 0,015 \text{ } [\mu\text{m}]$$

## CZ II: Wyznaczanie powierzchni, zajmowanej przez 1 bit informacji

Dane na płycie rozmieszczone są na pierścieniu, którego środek pokrywa się ze środkiem geometrycznym płyty. Przyjmując, że zewnętrzny promień pierścienia ma długość  $r_2$  a wewnętrzny  $r_1$ , to liczbę ścieżek  $n$  na płycie CD można wyznaczyć, dzieląc szerokość obszaru, używanego do zapisu  $\Delta r = r_2 - r_1$  przez stałą siatki dyfrakcyjnej.

$$n = \frac{r_2 - r_1}{d}$$

Zakładając równomierne rozłożenie mikroszczelin na powierzchni płyty, obliczono średnią długość jednej ścieżki, wyrażoną wzorem:

$$s = 2\pi \bar{r}, \text{ gdzie } \bar{r} \text{ to średnia długość promienia.}$$

Po obliczeniu  $s$  i  $n$  można wyznaczyć łączną długość wszystkich ścieżek z danymi ( $y=n*s$ ). Zakładając, że odległość pomiędzy kolejnymi bitami równa jest długości ścieżki, potrzebnej do zapisu jednego bita, to długość jednego bita informacji na płycie można wyznaczyć wzorem:

$$b = \frac{y}{2m}, \text{ gdzie } m \text{ to pojemność płyty (ok. } 5,5 * 10^9 \text{ bitów)}. \text{ Po przekształceniu wzorów otrzymuje się:}$$

$$b = \frac{\pi(r_2^2 - r_1^2)}{2md}$$

Za stałą siatki przyjęto wyznaczoną wcześniej wartość  $1,423 \pm 0,015 \mu\text{m}$ . Długości promieni  $r_1$  i  $r_2$  zmierzono za pomocą suwmiarki ( $r_1=2,2\text{mm}$ ,  $r_2=5,9\text{mm}$ ). Za pojemność płyty przyjęto przybliżoną wartość  $5,5 * 10^9$  bitów,

wyrażoną z dokładnością do  $0,05 \cdot 10^9$ . Niepewność pomiaru odległości suwmiarką wynika wprost z zastosowanej podziałki (1 mm). We wszystkich pomiarach przyjęto, że mierzone wartości mają rozkład prostokątny.

**Tabela 3: Wyniki pomiarów i obliczeń wartości b oraz niepewności pomiarowych**

d [ $\mu\text{m}$ ]	$r_1$ [m]	$r_2$ [m]	m [bit]
1,423	0,022	0,0585	11000000000

b [ $\mu\text{m}$ ]
0,589551493

u(d) [ $\mu\text{m}$ ]	u( $r_1$ ) [m]	u( $r_2$ ) [m]	u(m) [bit]
0,015	0,00057735	0,00057735	28867513

u(b) [ $\mu\text{m}$ ]
0,01585897

*Źródło: badanie i obliczenia własne*

Ostatecznie, obliczona długość ścieżki, zajmowanej przez informację o rozmiarze 1 bita wynosi  **$0,590 \pm 0,016 \mu\text{m}$** . Statystycznie, błąd względny wynosi 2,69%.

## Interpretacja

Stała siatki dyfrakcyjnej płyty CD w przeprowadzonym doświadczeniu wyniosła  **$1,423 \pm 0,015 \mu\text{m}$** . Względny błąd pomiaru wyniósł **1,065%**. Błąd maksymalny wyniósł  **$0,0487 \mu\text{m}$** . Na dokładność pomiaru miały wpływ dokładności pomiarów promieni  $r_1$  i  $r_2$  oraz niepewność oszacowania długości fali lasera. Oprócz uwzględnienia precyzji suwmiarki, rzeczą która mogła wpłynąć na wyniki pomiaru była stosunkowo duża średnica prążka, przez co powstawały minimalne błędy, wynikające z nieustawienia początku suwmiarki idealnie w środku prążka. Aby wyniki badań były bardziej dokładne, należałoby skorzystać z bardziej dokładnej podziałki. Na potrzeby doświadczenia przyjęto, że objętość płyty CD wynosi 650Mb – ta wartość może się różnić od wartości rzeczywistej, więc jej dokładniejszy pomiar za pomocą wyspecjalizowanego sprzętu komputerowego również w niewielkim zakresie poprawił by dokładność otrzymanego wyniku. Sposoby na poprawienie dokładności, związane z niepewnością pomiaru długości fali lasera zostały zasugerowane w rozwiązaniu doświadczenia 413.

W doświadczeniu wyznaczono również długość ścieżki, zajmowanej przez informację o rozmiarze 1 bita. Wartość ta wynosi  **$0,590 \pm 0,016 \mu\text{m}$** , co jest wartością rzędu, zbliżonego do wartości rzeczywistej (jak podaje Wikipedia, całkowita długość ścieżki na płycie CD wynosi ok. 5,4 km, w warunkach przeprowadzonego doświadczenia długość ta wyniosłaby 6,49 kilometra – wpływ na różnice w tej wartości miały szacunkowe założenia dot. pojemności, odległości pomiędzy bitami czy wreszcie niepewności systematycznych). Wpływ na dokładność tego badania miała niewątpliwie niepewność w pomiarze stałej siatki (wraz z czynnikami, które na tą niepewność wpływały). Sposób poprawy dopasowania wyników do rzeczywistości jest analogiczny do interpretacji wyników pierwszej części doświadczenia).