

Sprawozdanie z wykonanego ćwiczenia nr 4			
Temat:	Wyznaczanie indukcyjności własnej i wzajemnej		
Autorzy:	Marcin Otorowski Michał Piekarek		
Semestr I Rok I	Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny Wydział Inżynierii Mechanicznej i Mechatroniki		
Zespół:	Data wykonania ćwiczenia:	Ocena:	Podpis:
D	28.10.2009		

WSTĘP TEORETYCZNY

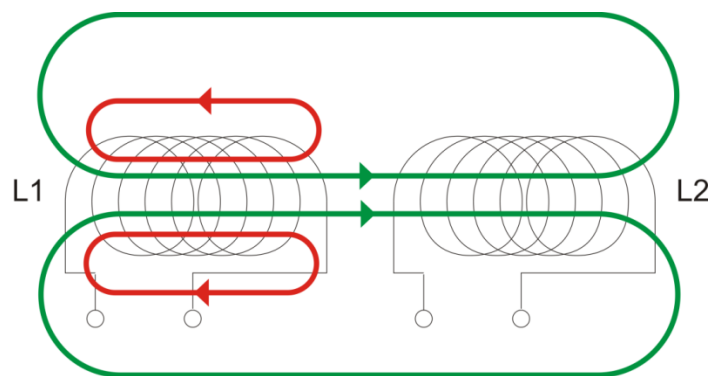
Indukcyjność wzajemna, oznaczana jako M , jest miarą sprzężenia magnetycznego pomiędzy dwoma obwodami elektrycznymi, wytwarzającymi wzajemnie przenikające się pola magnetyczne.

Dwa oddziałujące na siebie obwody, w których płyną prądy I_1 i I_2 , wytwarzają strumienie magnetyczne przenikające powierzchnie objęte:

- własnym obwodem (wywołując zjawisko samoindukcji),
- drugim obwodem (indukcja wzajemna): Φ_{12} i Φ_{21} .

Indukcyjność wzajemną definiuje się dla sprzężonych magnetycznie obwodów określając:

- stosunek strumienia wytworzonego w pierwszym obwodzie i przenikającego płaszczyznę obwodu drugiego do prądu I_1 płynącego w pierwszym obwodzie
- stosunek strumienia wytworzonego w drugim obwodzie i przenikającego płaszczyznę obwodu pierwszego do prądu I_2 płynącego w drugim obwodzie



Źródło: praca własna na podstawie schematu w instrukcji do ćwiczenia

Indukcja własna (samoindukcja) jest zjawiskiem elektromagnetycznym, szczególnym przypadkiem zjawiska indukcji elektromagnetycznej. Samoindukcja występuje, gdy siła elektromotoryczna wytwarzana jest w tym samym obwodzie, w którym płynie prąd powodujący indukcję, powstająca siła elektromotoryczna przeciwstawia się zmianom natężenia prądu elektrycznego. Indukcyjność obwodu jest równa sile elektromotorycznej samoindukcji jaka powstaje w obwodzie przy zmianie natężenia o 1A występująca w czasie 1 sekundy.

Zjawisko samoindukcji opisuje wzór:

$$\Psi = L * I$$

$$e = -L \frac{di}{dt}$$

Współczynnik sprzężenia:

$$k = \frac{\Psi_{1s}}{\Psi_1}, \quad k \in (0,1)$$

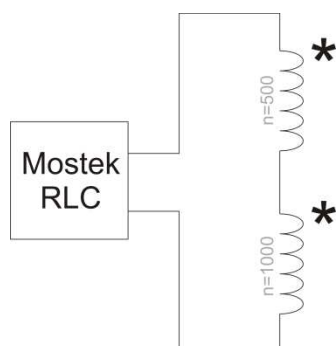
$$e_2 = -\frac{d\Psi_{1s}}{dt} = -M \frac{di_1}{dt}$$

Gdzie $M = k\sqrt{L_1L_2}$ (dla cewek o jednorodnych rdzeniach).

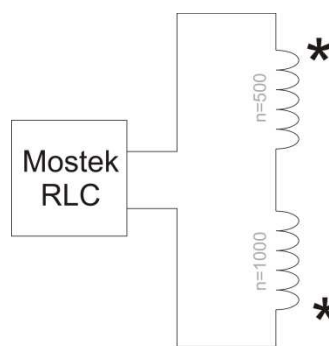
Indukcyjność wzajemna zależy od:

- Przenikalności rdzenia
- Kształtu cewek
- Liczby zwojów
- Wzajemnego ustawienia cewek w przestrzeni

Dwie cewki mogą być połączone zgodnie (rys 1) lub przeciwstawnie (rys 2)



Rys 1) Połączenie zgodne



Rys 2) Połączenie przeciwstawne

Źródło: praca własna na podstawie schematu w instrukcji do ćwiczenia

Dla cewek połączonych zgodnie:

$$L_Z = L_1 + L_2 + 2M$$

Dla cewek połączonych przeciwnie:

$$L_P = L_1 + L_2 - 2M$$

A zatem:

$$M = \frac{L_Z - L_P}{4}, \quad k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{L_Z - L_P}{4\sqrt{L_1 L_2}}$$

/ Na podstawie instrukcji stanowiskowej i innych źródeł /

ZADANIE 1

Za pomocą mostka RLC wyznaczono indukcyjności cewek o 500 i 1000 zwojów.



Źródło: praca własna na podstawie schematu w instrukcji do ćwiczenia

Otrzymano następujące wyniki:

L_{500}	4,4 mH
L_{1000}	15,9 mH

Rachunek niepewności:

Pomiar wykonano jednokrotnie, dlatego też jego dokładność określono na poziomie niepewności typu B klasy miernika. Podziałka była wyskalowana do 0,1mH, założono, że rozkład odchyień ma parametry rozkładu prostokątnego i na mocy tego założenia napisano:

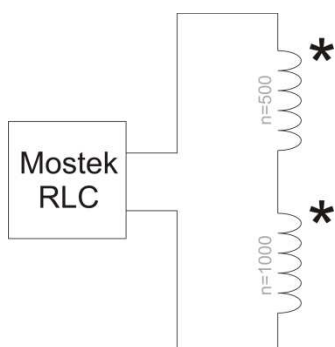
$$u(L) = u_B(L) = \frac{0,1}{\sqrt{3}} \approx 0,0577 \text{ mH}$$

A zatem ostatecznie, indukcyjności cewek wyniosły $4,400 \pm 0,057$ mH oraz $15,900 \pm 0,057$ mH. W tej bezpośredniej metodzie pomiaru uzyskano wyniki, które powinny być najbardziej dokładne spośród pozostałych metod pomiaru w tym sprawozdaniu.

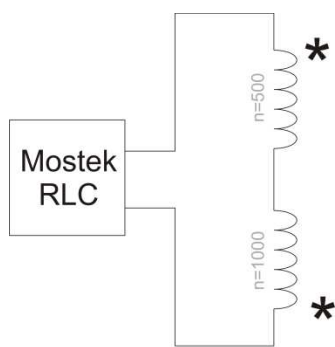
ZADANIE 2

Za pomocą mostka RLC wyznaczono wartości indukcyjności dla zgodnego połączenie dwóch cewek o 500 i 1000 zwojach oraz dla połączenia przeciwstawnego. W tym celu połączono układy o następujących schematach (rys 1: połączenie zgodne, rys 2: połączenie przeciwstawne).

Ponieważ na stanowisku dostępne były tylko po jednym egzemplarzu zwojownicy z 500 i z 1000 zwojów, to wykonano instrukcję prowadzącego i zamiast łączenia zwojnic o identycznej liczbie zwojów, badano indukcyjność wzajemną dla zwojnic o różnej liczbie zwojów:



Rys 1) Połączenie zgodne



Rys 2) Połączenie przeciwstawne

Źródło: praca własna na podstawie schematu w instrukcji do ćwiczenia

Otrzymano następujące wyniki:

L_{ZGODNE}	22,6 mH
$L_{PRZECIWSZAWNE}$	19,0 mH

Gdy cewki były od siebie oddalone, wartość indukcyjności zmierzona mostkiem RLC wyniosła 20,8mH.

Z otrzymanych wartości obliczono indukcyjność wzajemną oraz współczynnik sprzężenia:

$$M = \frac{L_Z - L_P}{4} = \frac{22,6 - 19,0}{4} = 0,90 \text{ [mH]}$$

$$k = \frac{0,9}{\sqrt{4,4 * 15,9}} \approx 0,107601322$$

Rachunek niepewności:

$$u(L_1) = u(L_2) = u(L_P) = u(L_Z) = u_B(L) = \frac{0,1}{\sqrt{3}} \approx 0,0577 \text{ mH}$$

$$u(M) = \sqrt{\left[\frac{dM}{dL_Z} * u(L_Z)\right]^2 + \left[\frac{dM}{dL_P} * u(L_P)\right]^2} \approx 0,020400031$$

$$u(k) = \sqrt{\left[\frac{dk}{dL_Z} * u(L_Z)\right]^2 + \left[\frac{dk}{dL_P} * u(L_P)\right]^2 + \left[\frac{dk}{dL_1} * u(L_1)\right]^2 + \left[\frac{dk}{dL_2} * u(L_2)\right]^2} \approx 0,05124252$$

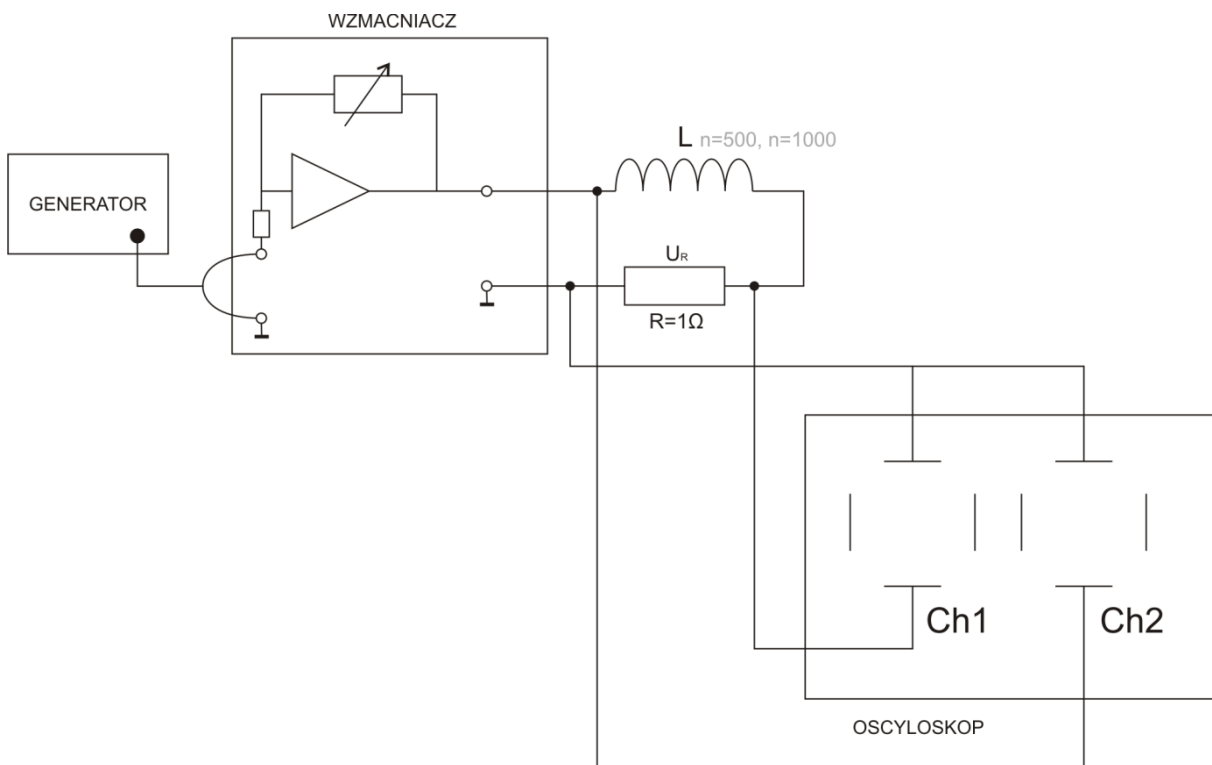
$$k = 0,108 \pm 0,051$$

$$M = 0,900 \pm 0,020 \text{ [mH]}$$

Korzystając z wyznaczonych wcześniej niepewności typu B, przy zgodnie połączonych cewkach, wyznaczono indukcyjność L_Z równą **22,600±0,057 mH**, a indukcyjność przy cewkach połączonych przeciwstawnie na **19,000±0,057 mH**. Korzystając z wyznaczonych wartości obliczono współczynnik sprzężenia k równy **0,108±0,051**. Indukcyjność wzajemna wyniosła **0,900±0,02 mH**.

ZADANIE 3, 4

W celu zbadania indukcyjności cewek, połączono układ o następującym schemacie:



Źródło: praca własna na podstawie schematu w instrukcji do ćwiczenia

Celem doświadczenia było wyznaczenie indukcyjności w pomiarze pośrednim. Otrzymane wartości porównano z tymi z zadania 1.

Zbadano spadek napięcia na oporniku U_R dla układu połączony jak na schemacie wyżej, co pozwoliło na wyznaczenie indukcyjności układu ze wzoru:

$$L = \frac{\sqrt{\left(\frac{U_{sk}}{I}\right)^2 - (R + R_L)^2}}{2\pi f}$$

Przeprowadzono dwa pomiary – jeden dla zwojnicy o 500 zwojach, drugi dla zwojnicy o 1000 zwojach. Parametry stałe dla obu układów:

- $f = 150\text{Hz}$
- $U_z = 2\text{V}$
- $R = 1\Omega$
- $U_z = 2\text{V}$

TABELA 1: WYNIKI POMIARÓW DLA UKŁADU Z WŁĄCZONĄ ZWOJNICĄ N=500

U_z [V]	U_R [V]	R_L [Ω]	U_{sk} [V]	I [A]	R_L+R [Ω]	Z [Ω]	L [mH]
2	0,178	5	1,414214	0,178	6	7,945020	<u>5,525868</u>

Źródło: obliczenia własne

TABELA 2: WYNIKI POMIARÓW DLA UKŁADU Z WŁĄCZONĄ ZWOJNICĄ N=1000

U_z [V]	U_R [V]	R_L [Ω]	U_{sk} [V]	I [A]	R_L+R [Ω]	Z [Ω]	L [mH]
2	0,055	17	1,414214	0,055	18	25,71297	<u>19,48251</u>

Źródło: obliczenia własne

Rachunek niepewności:

Napięcia na opornikach wyznaczono z prawa Ohma – znana była oporność rezystora oraz spadek napięcia na rezystorze. Niepewność wyznaczonego natężenia obliczono jako:

$$u(I) = \sqrt{\left[\frac{\partial I}{\partial U_R} * u(U_R)\right]^2} = \left|\frac{u(U_R)}{R}\right|$$

Zaniedbano wpływ nieznannej tolerancji podanej oporności R.

$$u(I) = \left| \frac{u(U_R)}{R} \right| = \left| \frac{\frac{0,001}{\sqrt{3}}}{1} \right| \approx 0,00057735 \text{ A} \approx 0,57735 \text{ mA}$$

Natężenie prądu w obwodzie z cewką $n=500$ wyniosło **178,00±0,57 mA**, a natężenie z cewką $n=1000$ wyniosło **55,00±0,57 mA**.

Indukcyjność wyznaczono ze wzoru:

$$L = \frac{\sqrt{\left(\frac{U_{sk}}{I}\right)^2 - (R + R_L)^2}}{2\pi f}$$

Ponieważ ze wszystkich zmiennych w tej zależności znana jest tylko niepewność wyznacznego natężenia, to pozostałe niepewności dla uproszczenia zaniedbano (przyjęto, że nie są statystycznie istotne).

$$u(L) = \sqrt{\left[\frac{\partial L}{\partial I} * u(I) \right]^2} = \left| \frac{1}{2\pi f} * \frac{1}{2\sqrt{\left(\frac{U_{sk}}{I}\right)^2 - (R + R_L)^2}} * U_{sk}^2 * \frac{-2}{I^3} * u(I) \right|$$

$$u(L_{n500}) \approx 0,04171252 \text{ mH}$$

$$u(L_{n1000}) \approx 0,401045699 \text{ mH}$$

A zatem wyznaczone indukcyjności wyniosły:

$$L_{n500} = 5,526 \pm 0,041 \text{ mH}$$

$$L_{n1000} = 19,48 \pm 0,40 \text{ mH}$$

Badane cewki miały w przybliżeniu te same wymiary, został w nich także użyty ten sam rdzeń. Dla takich cewek powinna być spełniona przybliżona zależność, że stosunek indukcyjności jest równy kwadratowi stosunku ilości zwojów. Dla otrzymanych wyników ta zależność jest w przybliżeniu zachowana (0,25 wobec 0,28). Otrzymane wyniki z zadania 1 i 4 zebrano w jednej tabeli:

Cewka	Pomiar bezpośredni (1)	Pomiar pośredni (4)
L ₅₀₀	4,4 mH	5,526 mH
L ₁₀₀₀	15,9 mH	18,48 mH

Otrzymane wyniki nie są identyczne, ale są tego samego rzędu (błąd maksymalny nie przekroczył 25%). Różnice można tłumaczyć tym, że badany układ był dość złożony, a używając go do badania indukcyjności milcząco założono pewne uproszczenia modelu (np. brak występowania indukcyjności w przewodach). Rzeczywista wartość indukcyjności cewki powinna być raczej zbliżona do wyniku z pomiaru bezpośredniego.

POZOSTAŁE ZADANIA ZE STANOWISKA

Pozostałe zadania nie zostały wykonane ze względu na konieczność wcześniejszego zakończenia zajęć.